知识点

2022年5月12日 星期四　　上午10:49

电磁感应.

一、电磁感应定律.

1. 电磁感应现象

① 变化磁场产生感应电流.

② 与 H 不变, $B=\mu H$ 变, 感应电流增强.

③ B 恒定, S 变化, Φ 变化. ④ 改变电阻, 电流变 → 电动势不变.

2. 法拉第电磁感应定律. $\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}$.

$\Psi=\sum_{i=1}^{N}\Phi_i$ (总磁通量为每匝线圈磁通量的叠加). $\varepsilon=-\frac{d\Psi}{dt}$, 可为 $-N\frac{d\Phi}{dt}$.

3. 感应电动势的计算.

$I=I_0\cos\omega t$. $\varepsilon=-N\frac{d\Phi}{dt}=-N\pi r^2\frac{dB}{dt}=-N\pi r^2\frac{d n\mu_0 I_0\cos\omega t}{dt}=n\mu_0\pi r^2\omega N I_0\sin\omega t$.

4. 块状导体中的电磁感应现象.

块状金属内部出现涡旋状感应电流.

5. 电磁感应定律与磁场的高斯定理.

$\Phi=\iint_S\vec{B}\cdot d\vec{S}$. 同一周线, 磁通量相等, $\oint_{S_1+S_2}\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$.

二、动生电动势和感生电动势.

1. 动生电动势.

$\varepsilon=-\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Phi'-\Phi}{\Delta t}$　$\Phi''=\iint_{S''}\vec{B}\cdot d\vec{S}=\iint_{S''}\vec{B}\cdot d\vec{l}\times\vec{v}\Delta t=\Delta t\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

$\Phi'-\Phi+\Phi''=\oint_{S_1+S_2+S_3}\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$, $\Phi'-\Phi=-\Phi''=-\Delta t\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$, $\varepsilon=\oint_C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

$\varepsilon=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$, 类比电源电动势 $\vec{K}=\vec{v}\times\vec{B}$. 非静电力为洛仑兹力的分量

交流发电机 $\varepsilon_{AB}=\int_a^b vB\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)dl=vBl\cos\theta$, $v=\frac{\omega d}{2}$, $\varepsilon=2vBl\cos\theta=BS\omega\cos\omega t$.

2. 感生电动势

$\varepsilon=-\frac{d}{dt}\iint_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=-\iint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$. 非静电力来自涡旋电场(感应电场), 环流不为零.

$\varepsilon=\oint_C\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{l}=-\iint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$, $\vec{E}_{旋}\neq 0$, 非势场. $\oint_C\vec{E}_{势}\cdot d\vec{l}=0$. $\vec{E}_{总}=\vec{E}_{势}+\vec{E}_{旋}$. $\left\{\begin{matrix}E_{势}\\E_{旋}\end{matrix}\right.$

$\varepsilon_0=-\iint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}=-\pi R^2\frac{dB}{dt}$. $E_{旋}\cdot 2\pi r=-\varepsilon_1=\pi r^2\frac{dB}{dt}$, $E_{旋}=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$. $U_{ab}=\varepsilon_{ab}=\int_a^b\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{l}$

3. 电子感应加速器

$m\frac{v^2}{R}=evB_R$, $mv=eRB_R$. $\frac{d(mv)}{dt}=-eE_{旋}=\frac{e}{2\pi R}\frac{d\Phi}{dt}$, $mv=\frac{e}{2\pi R}\Phi=\frac{eR}{2}\bar{B}$

$\bar{B}=\frac{1}{\pi R^2}\iint\vec{B}\cdot d\vec{S}$, $B_R=\frac{1}{2}\bar{B}$

4. 两种电动势引出的问题. 狭义相对论: 电、磁是一个整体.

三、互感和自感.

1. 互感现象和互感系数.

线圈1在2处的全磁通 $\Psi_{12}=M_{12}I_1$, 2在1处 $\Psi_{21}=M_{21}I_2$.

$\vec{B}_1=-\frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\oint\frac{d\vec{S}_1}{r^2}\ldots+\frac{3\mu_0 I_1}{4\pi}\oint_{S_1}\frac{\vec{r}_0\cdot d\vec{S}_1}{r^3}\vec{r}_0$, $\Phi_{12}=\iint_{S_2}\vec{B}_1\cdot d\vec{S}_2=M_{12}I_1$, 可得 $M_{12}=M_{21}$. $\therefore\varepsilon_2=-\frac{d\Psi_{12}}{dt}=-M\frac{dI_1}{dt}$, $\varepsilon_1=-M\frac{dI_2}{dt}$.

I_1, $B=\frac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$, $\Psi_{12}=N_2\frac{\mu_0 N_1 I_1}{l}S$　$M=\frac{\Psi_{12}}{I_1}=\frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l}$.

$\Phi_{12}=B_{12}\pi r^2=\frac{\mu_0\pi r^2}{2R}I_1$. $M=\frac{\Phi_{12}}{I_1}=\frac{\mu_0\pi r^2}{2R}$

2. 自感现象和自感系数.

$\Psi=LI$, $\varepsilon=-L\frac{dI}{dt}$. L为自感系数.

$B=\frac{\mu_0 NI}{l}$, $\Psi=N\Phi=\frac{\mu_0 N^2 IS}{l}$　$L=\frac{\Psi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 S}{l}$

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$　$\Phi=\iint_S B\,dS=\int_{R_1}^{R_2}Bl\,dr=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}dr=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln(\frac{R_2}{R_1})$. 单位长度 $\frac{L}{l}=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln(\frac{R_2}{R_1})$

3. 两线圈的串联和并联.

① 同名端和异名端

$\Psi_{11}=L_1I_1$, $\Psi_{22}=L_2I_2$, $\Psi_{12}=MI_1$, $\Psi_{21}=MI_2$. $\Psi_1=\Psi_{11}+\Psi_{21}$, $\Psi_2=\Psi_{22}+\Psi_{12}$.

$\varepsilon_1=-\frac{d\Psi_1}{dt}=-(L_1\frac{dI_1}{dt}+M\frac{dI_2}{dt})$. $\varepsilon_2=-\frac{d\Psi_2}{dt}=-(L_2\frac{dI_2}{dt}+M\frac{dI_1}{dt})$.

ε与I正向一致. L_1、L_2 取正值. M取决于 I_1I_2 正反向的"符号".

M>0, 互感自感磁通同向, 电流从同名端流入. M<0, 反向, 异名端.

② 两线圈串联. I相等

顺接: 同名端流入, $\varepsilon_1=-(L_1\frac{dI}{dt}+M\frac{dI}{dt})$, $\varepsilon_2=-(L_2\frac{dI}{dt}+M\frac{dI}{dt})$,

$\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2=-(L_1+L_2+2M)\frac{dI}{dt}$. $L=L_1+L_2+2M$.

反接: 异名端流入, $L=L_1+L_2-2M$.

$M\le\frac{1}{2}(L_1+L_2)$, $L=L_1+L_2$.

③ 两线圈并联. ε相等.

同名端并接: $\varepsilon=-L_1(\frac{dI_1}{dt}+M\frac{dI_2}{dt})=-(L_2\frac{dI_2}{dt}+M\frac{dI_1}{dt})$. $\frac{dI}{dt}=\frac{dI_1}{dt}+\frac{dI_2}{dt}$.

$\frac{dI_i}{dt}=\frac{L_j-M}{L_i+L_j-2M}\frac{dI}{dt}$. $\varepsilon=-\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2-2M}\frac{dI}{dt}$, $L=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2-2M}$.

异名端并接: $L=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}$.　$M\le\sqrt{L_1L_2}$.

$M=k\sqrt{L_1L_2}$, $0\le k\le 1$. $k=1$, 理想耦合. $k=0$, 无耦合.

理想耦合 → 短路. 若 $L_1=L_2=L_0$, 则 $L=L_0$.

四、似稳电路与暂态过程.

1. 似稳条件.

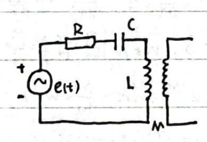
似稳电路: 非稳恒电路, 电流随时间缓慢变化. 允许包含电容、电感、电子器件.

电荷、电场分布以光速传播, 要求 $\frac{l}{c}\ll\frac{1}{f}$ (l为电路尺寸, f为电源变化频率).

电容、电感对 ε、I 的影响可忽略.

2. 似稳电路方程.

单一闭合回路



$\vec{E}_{势}+\vec{E}_{旋}=\vec{E}$, $\vec{j}=\sigma(\vec{E}_{势}+\vec{E}_{旋}+\vec{K})$

$\oint\vec{E}_{势}\cdot d\vec{l}=\int_{电源}+\int_{电阻}+\int_{电容}+\int_{电感}=0$. $\oint\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{l}=e_i$

① 电源段　忽略 r.

$\sigma\to\infty$, $\vec{E}_{旋}=0$, 则 $\vec{E}_{势}=-\vec{K}$, $-u_e=\int_{电源}\vec{E}_{势}\cdot d\vec{l}=-\int_{电源}\vec{K}\cdot d\vec{l}=-e$. 路端 = 电动势.

② 电阻段. $\vec{E}_{旋}=0$, $\vec{K}=0$. $u_R=\int_{电阻}\vec{E}_{势}\cdot d\vec{l}=\int_{电阻}\frac{\vec{j}}{\sigma}\cdot d\vec{l}=iR$.

③ 电容段. 忽略漏电电阻与非电容段电荷积累.

$u_C=\int_{电容}\vec{E}_{势}\cdot d\vec{l}=\frac{q}{C}$,　$i=\frac{dq}{dt}$　Gauss.

④ 电感段　忽略线圈电阻. $\sigma\to\infty$, $\vec{K}=0$, $\vec{E}_{势}=-\vec{E}_{旋}$.

$u_L=\int_{电感}\vec{E}_{势}\cdot d\vec{l}=\int_{电感}-\vec{E}_{旋}\cdot d\vec{l}=-e_i=L(\frac{di}{dt}+M\frac{di'}{dt})$.

$e=u_R+u_C+u_L=iR+\frac{1}{C}\int i\,dt+L\frac{di}{dt}+M\frac{di'}{dt}$.

3. 电路(多回路)的基尔霍夫定律

① 节点电流: $\sum i_{入}(t)=\sum i_{出}(t)$.

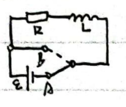
② 回路电压: $\sum e(t)=\sum i(t)R+\sum\frac{1}{C}\int i(t)dt+\sum(L\frac{di}{dt}+M\frac{di'}{dt})$

正负取定方法由稳恒电路分析、互感方向分析决定.

4. 暂态电路.

$i=C\frac{du_C}{dt}$ → 电流有限, u_C 不突变.　$u_L=-(L\frac{di}{dt}+M\frac{di'}{dt})$ → 电压有限, i 不突变. 暂态.

① R-L 电路

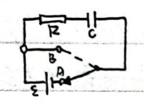


接A电源充电: $iR+L\frac{di}{dt}=\varepsilon$, 积分 $i-\frac{\varepsilon}{R}=Ie^{-\frac{R}{L}t}=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$, $i=I_0(1-e^{-\frac{R}{L}t})$, $I_0=\frac{\varepsilon}{R}$.

接通电源后电流由0增至 I_0, 增长快慢 $\tau_L=\frac{L}{R}$.

接B电路放电: $iR+L\frac{di}{dt}=0$, $i=I_0e^{-\frac{t}{\tau_L}}$, 电流由 I_0 衰减至零.

② R-C 电路.

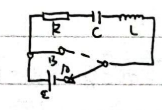


接A电容充电: $iR+\frac{1}{C}\int i\,dt=\varepsilon$, $R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q=\varepsilon$, $q=q_0(1-e^{-\frac{t}{\tau_C}})$, $i=I_0e^{-\frac{t}{\tau_C}}$,

其中 $q_0=C\varepsilon$, $I_0=\frac{\varepsilon}{R}$

接B电路放电: $R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q=0$, $q=q_0e^{-\frac{t}{\tau_C}}$, $i=-I_0e^{-\frac{t}{\tau_C}}$.

③ R-L-C 电路.



接A充电: $iR+\frac{1}{C}\int i\,dt+L\frac{di}{dt}=\varepsilon$. $\frac{d^2q}{dt^2}+2\beta\frac{dq}{dt}+\omega_0^2q=\omega_0^2q_0$, $\beta=\frac{R}{2L}$, $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$.

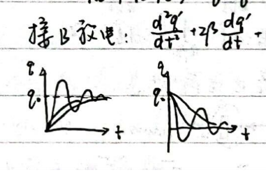
β为阻尼因子, ω_0 为固有频率. $q|_{t=0}=0$, $\frac{dq}{dt}|_{t=0}=0$.

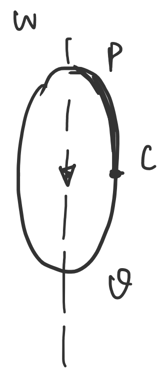
欠阻尼, $q=q_0-q_0e^{-\beta t}(\cos\omega t+\frac{\beta}{\omega}\sin\omega t)$, $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$.

过阻尼, $q=q_0-\frac{1}{2\gamma}q_0e^{-\beta t}[(\beta+\gamma)e^{\gamma t}-(\beta-\gamma)e^{-\gamma t}]$. $\gamma=\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$.

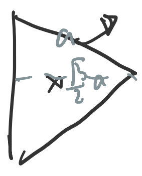
临界阻尼, $q=q_0-q_0(1+\beta t)e^{-\beta t}$

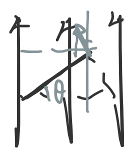
接B放电: $\frac{d^2q'}{dt^2}+2\beta\frac{dq'}{dt}+\omega_0^2q'=0$. 同上. $q'=q_0-q$.





$\vec{B}=-\frac{\mu_0\mu\cos\theta}{2\pi r^3}\vec{e}_r-\frac{\mu_0\mu\sin\theta}{4\pi r^3}\vec{e}_\theta$.





$B\frac{\sqrt{3}}{2}a\frac{1}{2}\omega a\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{4}B\omega a^2\sin\theta$