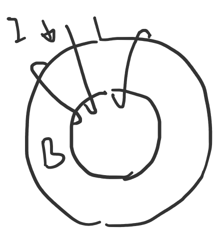
例题

2022年6月19日 星期日　　下午6:56

一、介质中的磁场

例.

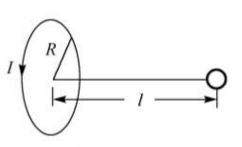


$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = 2\pi r H = NI_0$. $H = \frac{NI_0}{2\pi r}$

外部磁场 $B_0 = \mu_0 n I_0 = \mu_0 H$,

$\therefore B = \mu_0(H+M) = B_0 + \mu_0 M$.

6.10　一抗磁质小球的质量为 0.10g，密度 ρ=9.8g·cm^{-3}，磁化率为 $\chi_m = -1.82\times10^{-4}$，放在一个半径 R = 10cm 的圆线圈的轴线上且距圆心为 l = 10cm 处（习题 6.10 图）. 线圈中载有电流 I=100A. 求电流作用在这小球上力的大小和方向.



习题 6.10 图

线圈产生磁场 $\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$.

磁化强度 $M = \chi_m H \simeq \chi_m \frac{B}{\mu} = \chi_m \frac{B}{\mu_0(1+\chi_m)} \approx \frac{\chi_m B}{\mu_0}$　$\chi_m \ll 1$.

小球磁矩 $m = MV$

小球受力 $\vec{F} = (\vec{m}\cdot\nabla)\vec{B}$

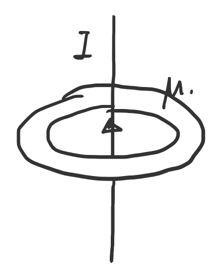
> 介质界面平行于 B

$\because \oint_S \vec{H}\cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$, $\therefore \vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$.　$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$, $\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$　$H = \frac{B}{\mu_0\mu_r} = \frac{B}{\mu}$

$\vec{H} = \vec{H}_0$, $\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$, $\vec{j} = \mu_r \vec{j}_0$, $\vec{j}' = \chi_m \vec{j}_0$.

面电流无简单比例关系.

例. 圆环状磁介质与无限长载流直导线共轴，求介质内外空间的 B 分布和表面磁化电流.

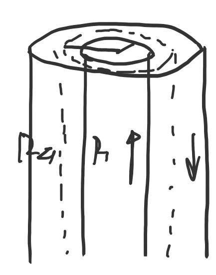


$H\cdot 2\pi r = I$

$B_{内} = \frac{\mu I}{2\pi r}$　$B_{外} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

$\vec{i}' = \vec{M}\times\vec{n} = (\mu_r - 1)\frac{I}{2\pi r}$

例. 同轴导体圆柱面通有反向电流，二者之间填充了 μ_1、μ_2、μ_3 三种介质，半径 R_1、R_2、R_3，求各区域 B.



无介质时 $B_0 = \begin{cases} 0 & r > R_4 \text{ 或 } r < R_1. \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & R_1 < r < R_4. \end{cases}$

介质面与 $\vec{B}$ 平行，$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu}$, $\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$

$\therefore$ 有介质时 $\vec{B} = \begin{cases} 0 & r < R_1 \text{ 或 } r > R_4 \\ \frac{\mu_i \mu_0 I}{2\pi r}, & R_i < r < R_{i+1}. \end{cases}$

$\vec{K}' = \vec{n}_{i\to i-1} \times (\vec{M}_i - \vec{M}_{i-1})$

$= \vec{n}_{i\to i-1} \times ((\mu_i - 1)\vec{H} - (\mu_{i-1} - 1)\vec{H})$

$= \vec{n}_{i\to i-1} \times (\mu_i - \mu_{i-1})\vec{H}$

$= \vec{n}_{i\to i-1} \times \frac{(\mu_i - \mu_{i-1})}{\mu_i \mu_0}\vec{B}$

$= \vec{n} \times \frac{(\mu_i - \mu_{i-1}) I}{2\pi r}$

$= \begin{cases} \frac{(\mu_1 - 1) I}{2\pi R_1} & r = R_1 \\ \frac{(\mu_2 - \mu_1) I}{2\pi R_2} & r = R_2 \\ \frac{(\mu_3 - \mu_2) I}{2\pi R_3} & r = R_3 \\ \frac{(1 - \mu_3) I}{2\pi R_4} & r = R_4. \end{cases}$

H n

> 介质界面与 B 垂直.

分界面上 $\vec{B} = \vec{B}_n$, $\vec{M} = \vec{M}_n$.

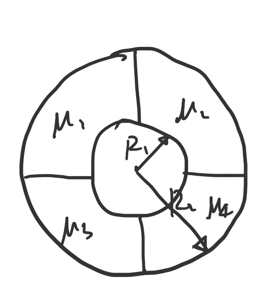
$\vec{j}' = \vec{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1) = 0$. 无磁化电流.

无介质时传导电流 $\vec{j}_0$,

有介质时总电流 $\vec{j} = \vec{j}_0 + \vec{j}'$

$\vec{H}_i = \frac{1}{\mu_i}\vec{B}$.

例. 半径为 R_1、R_2 的导体构成同轴电缆，通电流 I，内部 4 种介质，求介质内 $\vec{B}$、$\vec{H}$ 及磁化电流分布.



$\oint_L \frac{\vec{B}}{\mu_i}\cdot d\vec{l} = \sum I$, $\vec{B} = \frac{\mu_i I}{2\pi r}$

$\frac{\vec{B}}{\mu_1}\times\frac{\pi}{2}r + \frac{\vec{B}}{\mu_2}\times\frac{\pi}{2}r + \frac{\vec{B}}{\mu_3}\times\frac{\pi}{2}r + \frac{\vec{B}}{\mu_4}\times\frac{\pi}{2}r = I$.

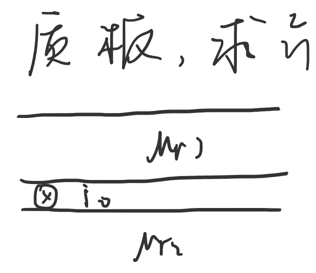
$\vec{B} = \frac{2I}{(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}+\frac{1}{\mu_3}+\frac{1}{\mu_4})\pi r}$, $\vec{H}_i = \frac{2(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}+\frac{1}{\mu_3}+\frac{1}{\mu_4}) I}{\mu_i \pi r}$.

$\vec{j}_1' = \vec{n}_1 \times \vec{M}(R_1) = \frac{\mu_i - \mu_0}{\mu_0 \mu_i}\vec{B}(R_1)$

$= \frac{2(\mu_i - \mu_0) I}{\mu_0 \mu_i R_1 (\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}+\frac{1}{\mu_3}+\frac{1}{\mu_4})}$

$\vec{i}_2' = \vec{n}_2 \times \vec{M}R_2 = \frac{2(\mu_i - \mu_0) I}{\mu_0 \mu_i R_2 (\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}+\frac{1}{\mu_3}+\frac{1}{\mu_4})}$

例. 无限大薄板上电流 I_0 均匀分布，两侧各贴有 μ_{r1} 和 μ_{r2} 的均匀介质板，求介质内 $\vec{B}$ 与表面 K'.



无介质. $\oint_L \vec{B}_0\cdot d\vec{l} = \mu_0 i_0 l$,

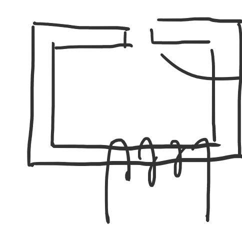
$B_0 2l = \mu_0 i_0 l$, $B_0 = \frac{\mu_0 i_0}{2}$.

界面与 $\vec{B}$ 平行，$\vec{B}_i = \mu_{ri}\vec{B}_0 = \frac{\mu_{ri}\mu_0 i_0}{2}$.

$\vec{M}_i = (\mu_{ri} - 1)\vec{H} = (\mu_{ri} - 1)\frac{\vec{B}_i}{\mu_{ri}\mu_0} = \frac{(\mu_{ri} - 1) i_0}{2}$

二、磁路定理.

④ 例.



气隙，忽略漏磁. 求其中的 B.

$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int \frac{1}{\mu_r \mu_0}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int \frac{1}{\mu_0}\vec{B}\cdot d\vec{l}$

$= B(\frac{l}{\mu_r \mu_0} + \frac{l_0}{\mu_0})$

$= \Phi_m (\frac{l}{\mu_r \mu_0 S} + \frac{l_0}{\mu_0 S}) = NI$.

$r_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$, $R_m = \frac{l_0}{\mu_0 S}$.　$\varepsilon_m = \Phi_m (R_m + r_m)$

$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\mu_r \mu_0 N I_0}{l + \mu_r l_0}$　改变 l_0，改变 B.

与线圈绕法无关.

"缺口"将 B 增强.