

知识点

2022年4月19日 星期二 下午2:39

真空中的静磁场

一. 磁现象与磁场

1. 磁的基本现象. 库仑定律.

条形磁铁N极带正磁荷, S极带负磁荷.

点磁荷 q_m 和 q_m' 相互作用力 $\vec{F} = k \frac{q_m q_m'}{r^2} \vec{r}$, $k = \frac{1}{4\pi\mu_0}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ 磁导率

磁场强度 $\vec{H} = \frac{\vec{F}}{q_m} = \frac{q_m'}{4\pi\mu_0 r^2} \vec{r}$.

2. 奥斯特实验: 电流的磁效应.

3. 磁感应强度

与运动电荷有关, $B = \frac{F}{qv}$, $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB \sin\theta$.

4. 安培力公式与洛伦兹力公式.

$\vec{j} = nq\vec{v}$, $d\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} n dV = \vec{j} \times \vec{B} dV = I d\vec{l} \times \vec{B} = \vec{F} \times B dS$

二. 毕奥-萨伐尔定律.

1. 毕奥-萨伐尔定律

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$, $\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$.

2. 应用.

① 电流强度为 I 的长直导线:

$\vec{r} = -r_0 \cos\theta \vec{e}_x + r_0 \sin\theta \vec{e}_y$, $d\vec{l} = r_0 d\theta \vec{e}_\theta$, $r = \frac{r_0}{\sin\theta}$, $B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int \sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

② 半径 R 电流 I 的圆线圈:

对称性: 取点 $P(x, 0, z)$
 $\vec{r}_0 = r_0(\sin\theta \vec{e}_x + \cos\theta \vec{e}_y)$, $\vec{R} = R(\cos\theta \vec{e}_x + \sin\theta \vec{e}_y)$
 $d\vec{l} \times \vec{r} = R r_0 \sin\theta d\theta \vec{e}_z + R r_0 \cos\theta d\theta \vec{e}_x + R(R - r_0 \cos\theta) d\theta \vec{e}_y$

P 远离线圈, $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I R^2}{4\pi r^3} \vec{m} + \frac{3\mu_0 \vec{r}_0 (\vec{m} \cdot \vec{r}_0)}{4\pi r^5}$, $\vec{m} = I \pi R^2 \vec{e}_z$ (磁矩) $= I \vec{S}$, $\vec{S} = \frac{1}{2} \oint \vec{r} \times d\vec{l}$

③ 密绕螺线管:

$dB_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} dz$
 $B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

三. 安培定律 $d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 d\vec{l}_1 \times d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3}$

1. 四个经典实验

无定向秤: 均匀磁场中随遇平衡 || 对称. 螺线管: 弧向电流元 \Rightarrow 示零
那均匀磁场中运动. $I \vec{l} \times \vec{B} = I \vec{l} \times \vec{B}$

2. 安培定律.

原始公式: $d\vec{F}_{12} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r_{12}^3} [\frac{3}{r_{12}} (d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2) - \frac{3}{r_{12}^3} (d\vec{l}_1 \cdot \vec{r}_{12})(d\vec{l}_2 \cdot \vec{r}_{12})]$ > 闭合回路积为0
常用公式: $d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r_{12}^3} d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}) \rightarrow$ 不满足满足牛顿, 用于回路.

3. 安培力及应用. $d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1$

四. 静磁场基本定理.

1. 磁场的高斯定理

磁通量 $\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$, 高斯定理 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ $\oint_{dl} d\vec{B} = \frac{\mu_0 I dl \sin\theta}{4\pi r^2} \vec{e}_\theta$ 穿两次

2. 安培环路定理.

环流 $= \oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$, 环路定理 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma I = \begin{cases} 0, I \text{ 不穿过 } L \\ \mu_0 I, I \text{ 穿过 } L \end{cases}$
向元电流总和 = 外圈闭合线电流. 磁场一闭合线电流磁场
 I 不穿过的 L , 环流为零. (任意面元磁场环流为零).
 I 穿过过的 L , $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$, L' 收缩为 \vec{e}_z , $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

3. 磁场的 n 何描述

磁场线, $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ (根数/面积) 处处成立, 闭合曲线.

4. 两条定理与毕奥-萨伐尔定律的关系.

高斯定理 \rightarrow 无源性. 环路定理 \rightarrow 有旋性, 要求 $B \propto r^{-2}$.

5. 环路定理应用.

① 取半径为 r 的环路处. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 I$, $B = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, r < R \\ \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}, r > R \end{cases}$
② 取矩形. $[\mu_0 n I \cdot B] \cdot \vec{AB} = \mu_0 n I$. $(\mu_0 n I \cdot B) \cdot \vec{AB} = \mu_0 n I$, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
③ 取矩形. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2L = \mu_0 n I L$, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

五. 带电粒子在磁场中的运动.

- 运动特征. $\vec{F}_{洛} = q\vec{v} \times \vec{B}$ (均匀) 回旋磁矩 $\mu = \frac{q\vec{L}}{2m} = \frac{1}{2} \mu_B$ 近似守恒. (非均匀)
- 应用举例: 速度选择器, 回旋加速器, 磁聚焦, 质谱仪.
磁镜 $\vec{B} \propto z$ $\pm m v_z = \pm m v_{\perp}^2 / 2 + m v_z^2$, $\mu = \frac{1}{2} \frac{m v_{\perp}^2}{B}$ 守恒, $v_{\perp} = v \sin\theta$, $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dB}{dz}$ 守恒.
托卡马克 $\vec{B} \propto r$
- 汤姆逊效应. 安培力: 电流在 \vec{B} 中 $\vec{j} = \sum q_i v_i$, $\vec{F} = \sum q_i v_i \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B}$. 霍尔效应.

电流环的磁矩称为粒子的固有磁矩.

$$S = \pi R^2, \quad L = \frac{q}{T}, \quad \therefore \mu = IS = \frac{2\pi R^2 q}{T}$$

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{m v_{\perp}^2}{B} \quad (对 A)$$