

知识点

2022年2月22日 星期二 下午2:09

稳恒电流

一、稳恒条件

1. 电流强度和电流密度

电流强度: $I = \frac{dq}{dt}$

电流密度: $j = \frac{dI}{dS}$, $\vec{j} = \frac{dI}{dS} \vec{n}$. $\Delta I = j \Delta S = \vec{j} \cdot \Delta \vec{S}$, $I = \oint \vec{j} \cdot d\vec{S}$

2. 电流连续方程

闭合曲面S围成V, 流出电量 = 电量减少量

流出 $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S}$, 减少 $-\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \rho_e dV = -\int \frac{\partial \rho_e}{\partial t} dV$, $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$

高斯公式 $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int \nabla \cdot \vec{j} dV$, 则 $\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t}$

电流连续于电荷随时间变化的地方 (出现电荷累积处)

3. 稳恒条件

$\frac{dq}{dt} = 0$, $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$, $\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0$, $\nabla \cdot \vec{j} = 0$

二、欧姆定律

1. 欧姆定律

载流子定向运动, 导体内要有电场, 导体两端有电压U, $I = \frac{U}{R}$, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

电阻R, 电导G = 1/R, $R = \rho \frac{l}{S}$, 电阻率ρ, 电导率σ = 1/ρ

$\Delta I = \frac{dq}{dt} = j \Delta S$, $\Delta I = j \Delta S$, $R = \rho \frac{l}{S}$, $\rho = \frac{\Delta U}{\Delta l} = \frac{E \Delta l}{j \Delta S} = \frac{E}{j} = \frac{E}{\sigma E} = \frac{1}{\sigma}$

2. 焦耳定律

电场做功 $\Delta A = U \Delta q = UI \Delta t$, 电功率 $P_e = \frac{\Delta A}{\Delta t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$ → 转化为热量

热功率密度 $p = \frac{P}{V} = \frac{I^2 R}{l S} = \frac{j^2 \Delta S \rho \frac{l}{S}}{\Delta S l} = \frac{j^2 \rho}{\sigma} = \frac{j^2}{\sigma}$ (微分形式)

3. 经典电子论解释

金属原子失去电子 → 正离子, 外电场E, 电子 $\vec{a} = -\frac{Ee}{m}$ (运动 → 电流, 碰撞 → 发热)

碰撞, 电子散射, 整体 $\vec{u}_0 = 0$, 受电场加速, 整体 $\vec{u}_1 = -\frac{Ee}{m} \tau$

平均自由程λ, 平均热运动速率 $\bar{v} = \frac{\lambda}{\tau}$, 漂移速度 $\vec{u} = \frac{1}{2}(\vec{u}_0 + \vec{u}_1) = \frac{1}{2}\vec{u}_1$

$\vec{j} = n e \vec{u} = n e \left(-\frac{Ee}{m} \tau\right) = -n e^2 \tau \vec{E} = \sigma \vec{E}$, $\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$

4. 欧姆定律的失效问题 (电场强, j非线性; 低压电离; 非线性元件)

三、电源与电动势

1. 电源及其电动势

仅有静电场无法维持稳恒电流, 需要提供非静电力

电源内部非静电力场K, 使电源内 $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{K})$, 电源外部 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

电源内电动势 $\mathcal{E} = \int \vec{K} \cdot d\vec{l}$, 回路L电动势 $\mathcal{E} = \oint \vec{K} \cdot d\vec{l}$

2. 常见电源

① 化学电池 $\text{Cu} \mid \text{Zn} \mid \text{H}_2\text{SO}_4 \mid \text{Cu}$ 放电: $U_1 - U_1' + U_2' - U_2 = U_1 - U_2 = \mathcal{E} = 1.1V$

充电: 外电路电源 $\mathcal{E}' = U_2 - U_1$, 反应逆向

② 光电池 光电效应发射电子

③ 温差发电器 不同导体连接成回路, 连接结点温度不同, 产生电动势 $\mathcal{E} = \alpha \Delta T$

④ 核能电池 放射源将α粒子发射至收集板, 形成静电场至 $U_0 = Ek$ 平衡

$2e \int \vec{K} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} m v^2$, $\mathcal{E} = \int \vec{K} \cdot d\vec{r}$

⑤ 直流发电机 (电磁感应)

3. 全电路欧姆定律

外电路接通, $\vec{E} + \vec{K} = \frac{\vec{j}}{\sigma}$, 电源两端电压 $U = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$, 外部积分为 $U = \int \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = IR$

内部积分为 $U = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int \vec{K} \cdot d\vec{l} + \int \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E} - I \int \frac{\rho}{\sigma} dl = \mathcal{E} - Ir$, $\mathcal{E} = IR + Ir$

4. 稳恒电路的特点

稳恒条件 $\nabla \cdot \vec{j} = 0$, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, $\nabla \cdot (\sigma \vec{E}) = 0$, σ均匀, $\nabla \cdot \vec{E} = 0$, $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$, ρ=0, 无净电荷

外电路中 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, 电流线和电力线方向一致, 内电路 \vec{j} 由 $\sigma(\vec{E} + \vec{K})$ 决定

5. 稳恒电路中静电场的作用: 调节电荷分布; 能量守恒

四、基尔霍夫定律

1. 相关概念: 节点 (多条导线汇合), 支路 (节点间), 回路 & 独立回路

2. 基尔霍夫定律

① 汇合于任意节点处电流代数和为零, $\sum I = \sum I_{out} - \sum I_{in} = 0$, n个节点, n-1个方程

② 电路中任一闭合回路的全部支路上电压代数和为零

$\sum U = \sum (\pm \mathcal{E} \pm I_r \pm IR) = 0$, 绕行方向与电流流向决定正负