例题

2022年6月16日 星期四　　上午11:27

例. 无限长直螺线管横截面半径为R，单位长度的匝数为n，当导线中通有交流电 $I=I_0\sin\omega t$ 时，求管内外的位移电流密度.

电场强度 $E=-\frac{1}{2\pi r}\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{1}{2\pi r}\frac{d(\mu n I_0\sin\omega t\,\pi R^2)}{dt}$

位移电流密度 $j=\frac{\partial D}{\partial t}=\varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}$

例. 研究平行板电容器在充放电过程中磁场与传导电流、位移电流的关系.

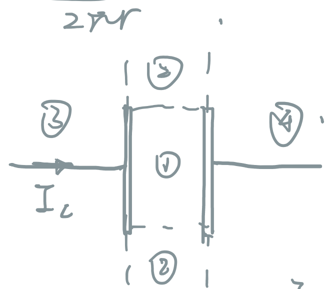
$E_1=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{q}{\pi R^2\varepsilon_0}$.

$j_D=\frac{dD}{dt}=\frac{1}{\pi R^2}\frac{dq}{dt}=\frac{1}{\pi R^2}I_c$ → 传导.

$I_D=\pi a^2 j_D=I_c$.

$B=\frac{\mu_0 I_{\text{总}}}{2\pi r}=\frac{\mu_0(I_c+I_D)}{2\pi r}$.

分区域：



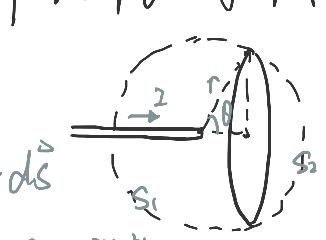
③.④，$I_D=0$，$B_3=B_4=\frac{\mu_0 I_c}{2\pi r}$.

②，$I_c=0$，$B_2=\frac{\mu_0 I_D}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I_c}{2\pi r}$.

①，$I_c=0$，$B_1=\frac{\mu_0\pi r^2 j_D}{2\pi r}=\frac{I_c}{2\pi a^2}r$.

4. 似稳条件下位移电流不激发B.

例. 通有缓变电流的半无限导线.



$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{Q(t)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

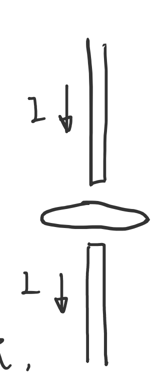
$\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\iint_S\vec{j}\cdot d\vec{S}+\mu_0\varepsilon_0\iint_S\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

$$B\cdot 2\pi r\sin\theta=\begin{cases}\mu_0 I+\left(-\mu_0\varepsilon_0\frac{dQ}{dt}\times\frac{4\pi r^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\times\frac{\frac{2\pi r^2(1+\cos\theta)}{r^2}}{4\pi}\right) & S_1\\ 0+\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{dQ}{dt}\times\frac{2\pi r^2(1-\cos\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right) & S_2\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\mu_0 I-\mu_0 I\frac{1+\cos\theta}{2} & S_1\\ 0+\mu_0 I\frac{1-\cos\theta}{2} & S_2\end{cases}$$

$\therefore B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\hat{\varphi}$

例. 细直导线中间截去长度为 l 的小段，导线中通有低频交流电 $I(t)$，取圆形环路无传导电流通过，现计算位移电流.



导线两个端点的电荷 $\pm q$.

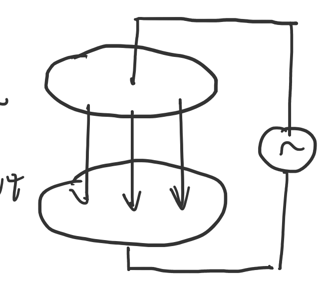
产生电场 $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{[r^2+(\frac{l}{2})^2]^{\frac{3}{2}}}$

$\Phi_D=\varepsilon_0\int_0^R 2\pi r E\,dr=q\left[1-\frac{1}{\sqrt{(\frac{2R}{l})^2+1}}\right]$

$I_D=\frac{d\Phi_D}{dt}=\frac{dq}{dt}\left[1-\frac{1}{\sqrt{(\frac{2R}{l})^2+1}}\right]=I\left[1-\frac{1}{\sqrt{(\frac{2R}{l})^2+1}}\right]$.

$B=\frac{\mu_0 I_D}{2\pi R}=\ldots$

例. 平行板电容器接入交流电源，使其中电场 $E=E_0\sin\omega t$



求(1) 电容器内外B.

(2) 电容器上的 I_d.

$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$.

$\vec{j}_d=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\varepsilon_0 E_0\omega\cos\omega t$.

$\oint_l\vec{H}\cdot d\vec{l}=\iint_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}dS$

$$H\times 2\pi r=\begin{cases}\varepsilon_0\omega E_0\cos\omega t\,\pi r^2, & r\le R\\ \varepsilon_0\omega E_0\cos\omega t\,\pi R^2, & r>R.\end{cases}$$

$$B=\mu_0 H=\begin{cases}\frac{\mu_0\varepsilon_0\omega E_0\cos\omega t\,r}{2}, & r\le R\\ \frac{\mu_0\omega E_0\cos\omega t\,R^2}{2r}, & r>R\end{cases}$$

$I_d=\iint_S\vec{j}_d\cdot d\vec{S}=\varepsilon_0 E_0\omega\cos\omega t\,\pi R^2$.

例. 将台灯视为电磁辐射的点源，到桌面距离为30cm，电能→光的效率为5%. 估算台灯(60W)照于桌面上的光的电磁场的振幅。

$P=60$ W.

距离点源r处的电磁波强度

$I=\frac{\langle P\rangle}{4\pi r^2}$ 球面模型

$=c\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2=\frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$.

$\therefore E_0=\sqrt{\frac{\mu_0 c\langle P\rangle}{2\pi r^2}}=\sqrt{\frac{(4\pi\times10^{-7})\times(3\times10^8)\times(60\times5\%)}{2\pi(0.3)^2}}=45$ V/m.

$B_0=\frac{E_0}{c}=1.5\times10^{-7}$ T.

例. 激光笔的光压. 激光笔功率3mW，照射到屏幕上光斑直径为2mm，屏幕反射系数70%，求屏幕所受光压.

$\langle S\rangle=\frac{\langle P_{\text{光}}\rangle}{\pi R^2}=\frac{3\times10^{-3}}{\pi\times(0.001)^2}=955$ W/m²

$p=(1+0.7)\frac{\langle S\rangle}{c}=5.4\times10^{-6}$ N/m²

$S=\frac{P}{A}$，$w=\frac{S}{c}=\frac{P}{Ac}$

$p=$

例. 太阳光对地球的光压. 垂直照射，每分钟射到地面每平方厘米上的能量为1.94cal (1cal = 4.1868J). 求：

(1) 地面上太阳光的E, H的振幅.

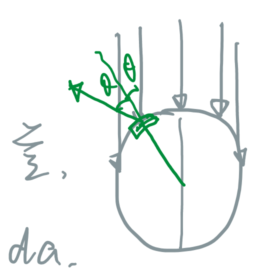
(2) 太阳光作用在整个地球上的力.

能流密度 $\langle S\rangle=\frac{W}{\Delta t\,S}=\frac{1.94\times4.1868}{60\times(0.01)^2}=1.35\times10^3$ W/m²

能量密度 $\langle w\rangle=\frac{\langle S\rangle}{c}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$.

$\therefore E=\sqrt{\frac{2\langle S\rangle}{c\varepsilon_0}}=\sqrt{\frac{2\times1354}{(3\times10^8)\times(8.85\times10^{-12})}}=1.01\times10^3$ V/m

$H=\frac{E_0}{\mu_0 c}=2.68$ A/m.



作用在面元da上的力的分量，

$dF_z=(p\,da)\cos\theta=\frac{2\langle S\rangle}{c}\cos^3\theta\,da$.

合力 $F_z=\frac{2\langle S\rangle}{c}R^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^3\theta\sin\theta\,d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi$

$=\frac{\langle S\rangle}{c}\pi R^2=5.8\times10^8$ N.